

Exercice 10.

10.a) Écrire l'équation générale d'une droite Δ du plan \mathbb{R}^2 passant par un point $A_0 \begin{vmatrix} x_0 \\ y_0 \end{vmatrix}$.

10.b) Soient $D : ax + by + c = 0$ et $D' : a'x + b'y + c' = 0$ deux droites distinctes de \mathbb{R}^2 passant par le point A_0 . On note $E(x, y) = ax + by + c$ et $E'(x, y) = a'x + b'y + c'$.

Montrer que les équations des droites passant par A_0 sont $(\star) \lambda E + \lambda' E' = 0$, où $(\lambda, \lambda') \in \mathbb{R}^2$ et $(\lambda, \lambda') \neq (0, 0)$.

Exercice 11.

Soient $A \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{vmatrix}$ et $B \begin{vmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{vmatrix}$ dans \mathbb{R}^3 . Quelle est l'équation cartésienne de la droite (AB) ?

Exercice 12.

On considère le plan $P : 3x + 4y - 2z = 1$ dans \mathbb{R}^3 . Quelle est l'équation cartésienne du plan P' parallèle à P passant par $A \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix}$?

Exercice 13.

Soient $A \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix}$, $B \begin{vmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{vmatrix}$, $C \begin{vmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{vmatrix}$ dans \mathbb{R}^3 .

13.a) Montrer que A, B, C ne sont pas alignés.

13.b) Quelle est l'équation cartésienne du plan (ABC) ?

Exercice 14.

Les points $A \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$, $B \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$, $C \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix}$, $D \begin{vmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{vmatrix}$ de \mathbb{R}^3 sont-ils coplanaires?

Exercice 15.

Soient $A_1 \begin{vmatrix} a \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix}$, $A_2 \begin{vmatrix} b \\ 1 \\ 4 \end{vmatrix}$, $u_1 \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$, $u_2 \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{vmatrix}$ dans \mathbb{R}^3 , avec $a, b \in \mathbb{R}$.

15.a) Trouver les couples (a, b) pour lesquels les droites D_1 et D_2 de repères cartésiens (A_1, u_1) et (A_2, u_2) sont concourantes.

15.b) Dans ce cas, déterminer une équation cartésienne du plan affine P engendré par D_1 et D_2 .

Exercice 16.

Soit D la droite de \mathbb{R}^3 d'équation $D : 2x + y - z = 1$ et $x - z = 2$.

16.a) Montrer qu'il existe un unique plan P de \mathbb{R}^3 passant par $A \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ et contenant D .

16.b) Trouver une équation cartésienne de P .

Exercice 17.

Soient A, B, C et D quatre points de \mathbb{R}^2 parmi lesquels trois points quelconques sont non alignés.

Montrer que $(AB) \parallel (CD)$ et $(AC) \parallel (BD)$ si et seulement si $[A, D]$ et $[B, C]$ ont même milieu.