# Contôle continu 1

lagache@biologie.ens.fr

20 Octobre 2009

# 1 Nombres Complexes

## 1.1 Exercice 1 (4 points)

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(z+1)^n=(z-1)^n$ .

## 1.2 Exercice 2 (4 points)

- Mettre sous forme trigonométrique  $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$
- $\bullet\,$  Exprimer z sous forme algébrique
- $\bullet$  En déduire les valeurs de  $cos(\frac{\pi}{12})$  et  $sin(\frac{\pi}{12})$

## 2 Fonctions et Ensembles

#### 2.1 Exercice 1 (3 points)

Soit  $f: \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}^*, x \mapsto 1/x^2$ . Déterminer si f est injective, surjective, bijective.

#### 2.2 Exercice 2 (2 points)

Montrer que pour tous ensembles A et B on a l'égalité  $A = A \bigcup (A \cap B)$ 

# 3 Polynômes

# 3.1 Exercice 1 (3 points)

Soit le polynôme  $P = X^3 - 2X + 1$ . Montrer que 1 est racine et en déduire la factorisation de P dans  $\mathbb{R}[X]$ .

### 3.2 Exercice 2 (4 points)

Factoriser dans  $\mathbb{C}[X]$  puis dans  $\mathbb{R}[X]$  le polynôme  $P = X^5 - 1$ .